Estimation de la masse de l'univers par le principe de vitesse de libération

Eric Martel

2002-08-11

Résumé

On peut évaluer la masse de l'univers en se basant sur le concept de *vitesse de libération*. La vitesse de libération d'une planète est la vitesse que l'on devrait donner à un objet pour que, lancé de la surface de la planète (vers le "ciel"), il ne retombe jamais.

1 Vitesse de libération

Commençons par trouver cette vitesse de libération. La loi de la gravitation universelle de Newton stipule que :

$$g = \frac{dv}{dt} = -\frac{GM}{x^2} \tag{1}$$

où g est l'accélération gravitationnelle, G est la constante de gravitation universelle ($\sim 6.672 \times 10^{-11}$), M est la masse du corps dont g est l'accélération gravitationnelle et x est la distance à laquelle on se trouve du centre de ce corps.
On a aussi

$$v = \frac{dx}{dt} \tag{2}$$

Combinant (1) et (2), on obtient :

$$\begin{aligned} vdv &= -GMx^{-2}dx \\ \int_{v_0}^{v} vdv &= -GM\int_{x_0}^{x} x^{-2}dx \\ \frac{1}{2}\left[v^2\right]_{v_0}^{v} &= GM\left[x^{-1}\right]_{x_0}^{x} \\ v^2 - {v_0}^2 &= 2GM(x^{-1} - {x_0}^{-1}) \qquad (3) \end{aligned}$$

Pour obtenir la vitesse de libération, on posera $v = 0$, $x = \infty$ et $x_0 = R$ (autrement dit, on souhaite que la vitesse finale de l'objet soit nulle à l'infini et en partant de la surface de la planète) ; intégrant ces données dans (3), on obtient :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \tag{4}$$

2 Masse de l'univers

La masse de l'univers peut être grossièrement évaluée en considérant l'univers lui-même comme étant une grosse planète de masse M_U et de rayon R_U. On pose alors que rien ne peut quitter l'univers, pas même la lumière (ce qui est juste, puisque l'univers est précisément défini par son contenu), aussi on pose que la vitesse de libération de l'univers doit nécessairement être supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide, soit c. Autrement dit, on pose :

$$\sqrt{\frac{2GM_U}{R_U}} > c$$

Isolant M_U, on obtient :

$$M_U > \frac{R_U c^2}{2G} \tag{5}$$

L'univers visible s'étend actuellement à environ 14 milliards d'années-lumières de rayon. La vitesse de la lumière c dans le vide étant de 299 792 458 m/s, cette distance correspond donc à environ 299 792 458 m/s $\times$ 3600 s/h $\times$ 24 h/j $\times$ 365.25 j/a $\times$ 14×10^9 a = 1.3245×10^{26} m. Incorporant dans (5), on obtient :

$$\begin{aligned} M_U &> \frac{1.3245 \times 10^{26} \times (299792458)^2}{2 \times 6.672 \times 10^{-11}} \\ M_U &> 8.92 \times 10^{52}\,\text{kg} \end{aligned} \tag{6}$$

Questions

1. Sachant que notre Soleil est une étoile moyenne et que sa masse est d'environ 2×10^{30} kg, et sachant que notre galaxie est une galaxie moyenne et qu'elle compte environ 100 milliards d'étoiles, évaluer le nombre minimal de galaxies se trouvant dans l'univers.
2. Effectuer une recherche sur Internet et trouver quelle est la masse réellement estimée de l'univers, soit par des calculs plus rigoureux ou par des mesures astronomiques (essayer de trouver plusieurs sources). Comment la masse obtenue en (6) se compare-t-elle à ces valeurs ?